ÁREA: MATEMÁTICAS	**GRADO: 11°**
ESTUDIANTE: ______________________________	**DOCENTE: YURLEY KARIME CONTRERAS**

CÁLCULO

PROPIEDADES DE LAS FUNCIONES

- **Simetría de las funciones**
- **Funciones crecientes y decrecientes**

OBJETIVO: Clasificar funciones de variable real de acuerdo con sus comportamientos.

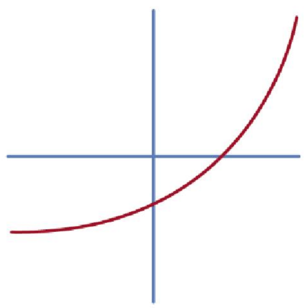
- Identificar la simetría de las funciones
- Reconoce funciones crecientes y decrecientes

CONCEPTOS

Función Creciente

Una función f es creciente en un intervalo [a,b] de su dominio, si para dos números X1 y X2 dentro de ese intervalo se cumple:

$$x_1 > x_2 \rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

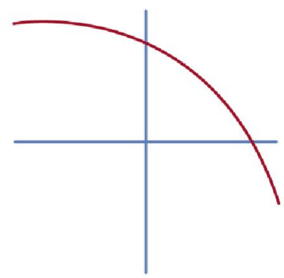


Función Creciente

Función Decreciente

Una función f es decrciente en un intervalo [a,b] de su dominio, si para dos números X1 y X2 dentro de ese intervalo se cumple:

$$x_1 > x_2 \rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

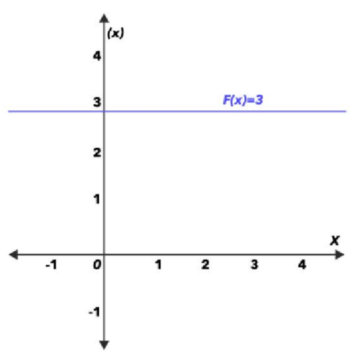


Función Decreciente

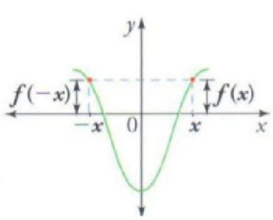
Función Constante

Una función f es constante en un intervalo [a,b] de su dominio, si para cada valor de x dentro de ese intervalo se cumple:

$$f_x = k$$

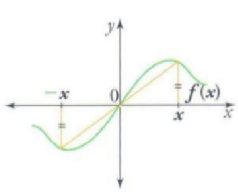


Función Constante



Una función es **par** si para cualquier número real x en su dominio, el número $-x$ está también en su dominio y se cumple:

$$f(-x) = f(x)$$



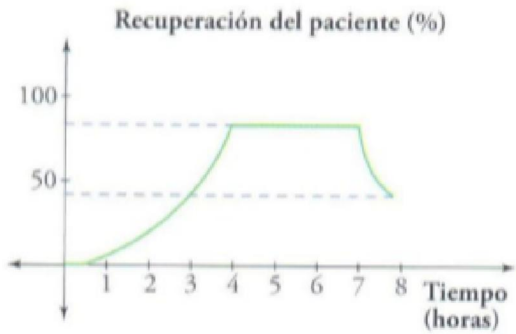
Una función es **impar** si para cualquier número real x en su dominio, el número $-x$ está también en su dominio y se cumple:

$$f(-x) = -f(x)$$

BUITRAGO, L. BENAVIDES, O. PERDOMO, A. *Matemáticas 11° proyecto los caminos del saber*. Bogotá, Editorial Santillana,2013.
https://aprende.colombiaaprende.edu.co/

EJEMPLOS

El efecto de cierto medicamento en el cuerpo de un paciente, después de haber ingerido la primera dosis, se representa en la siguiente gráfica, que relaciona la recuperación del paciente con el tiempo de acción. Analizar el comportamiento de esta función.



Desde que se ingiere el medicamento hasta la primera media hora se puede inferir que el efecto en el cuerpo es nulo, pues la función es constante. Es decir, no crece ni decrece.

Entre la primera media hora y las cuatro horas, el medicamento inicia su efecto en forma creciente. Luego, la recuperación permanece constante hasta la hora siete después de haber sido ingerido, momento en el cual empieza a disminuir la recuperación en el paciente.

2 **Determinar si las siguientes funciones son pares, impares o ninguna de las dos.**

a. $f(x) = x^4 + 15$

$f(-x) = (-x)^4 + 15$

$= x^4 + 15$

Como $f(-x) = f(x)$, entonces, $f(x)$ es par.

b. $g(x) = 5 \text{ sen } x + x$

$g(-x) = 5 \text{ sen } (-x) + (-x)$

$= -5 \text{ sen } x - x = -(5 \text{ sen } x + x)$

$-g(x) = -(5 \text{ sen } x + x)$

Como $g(-x) = -g(x)$, entonces, $g(x)$ es impar.

c. $h(x) = 7x^3 + 2$

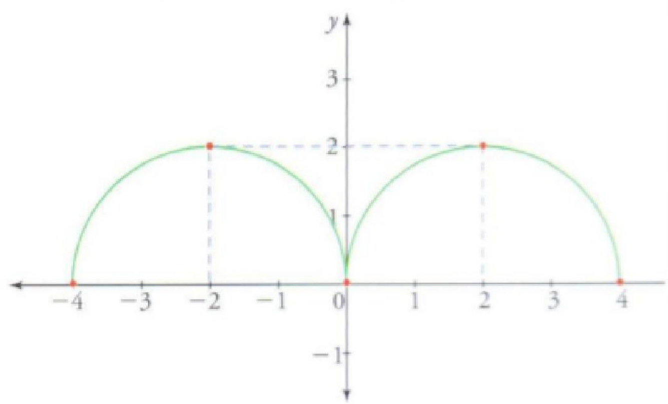
$h(-x) = 7(-x)^3 + 2$

$= -7x^3 + 2$

$-h(x) = -7x^3 - 2$

Finalmente, como $h(-x) \neq h(x)$ y $h(-x) \neq -h(x)$, entonces, la función $h(x)$ no es par ni impar.

3 **Observar la gráfica de la función $c(x)$. Luego, clasificarla como par o impar o ninguna de las dos.**



En la gráfica de la función se observa que para cualquier número real x en el dominio de la función, se tiene que:

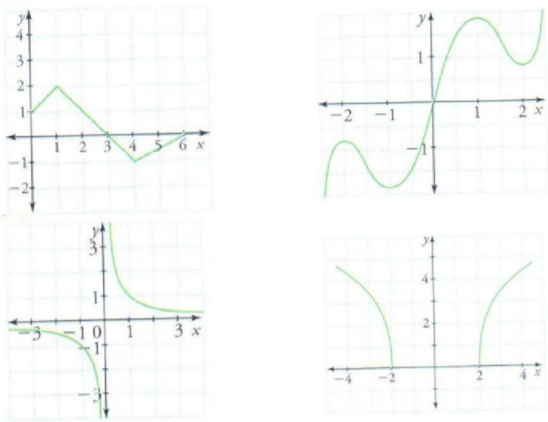
- El número real $-x$ está en el dominio de la función.
- Además, $c(-x) = c(x)$.

Finalmente, la función $c(x)$ es par.

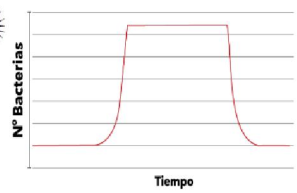
BUITRAGO, L. BENAVIDES, O. PERDOMO, A. *Matemáticas 11° proyecto los caminos del saber*. Bogotá, Editorial Santillana,2013.
https://aprende.colombiaaprende.edu.co/

ACTIVIDADES

1. Determina si las siguientes funciones son pares, impares o ninguna de las dos condiciones. Explica tu respuesta.



2. Realiza la gráfica de la función con



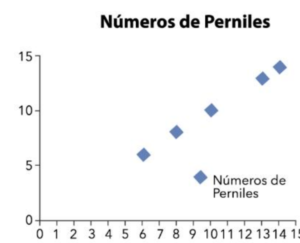
$Dom\ f = [-3,3], creciente\ en\ [-3,1];$
$decreciente\ en\ [-1,1]; constante\ en\ [1,3]$

3. Una bacteria que invadió un organismo empieza a deteriorarlo hasta que este ingiere un antibiótico de alta efectividad. A las dos horas de ingerido el medicamento, la bacteria ha disminuido a la mitad, en las siguientes dos horas la bacteria se estabiliza, pero en la quinta hora, reacciona con mayor fuerza y crece al doble de lo que había estado antes de la primera dosis, manteniéndose constante hasta la octava hora. Después de ocho horas de la primera dosis, el organismo ingiere una segunda dosis que promueve un comportamiento similar al de la primera dosis.

   a. Elabora una gráfica que describa la relación entre tiempo de eficacia del medicamento y comportamiento de la bacteria.
   b. Determina los intervalos en los cuáles la función crece, decrece o es constante.
   c. Verifica si la función es par, impar o ninguna de las anteriores.

PRODUCCIÓN TEXTUAL

4. Realiza una historieta o cómic con dibujos, manual o herramientas tecnológicas referente al siguiente texto, dando respuesta a la pregunta dentro de la historieta o cómic.

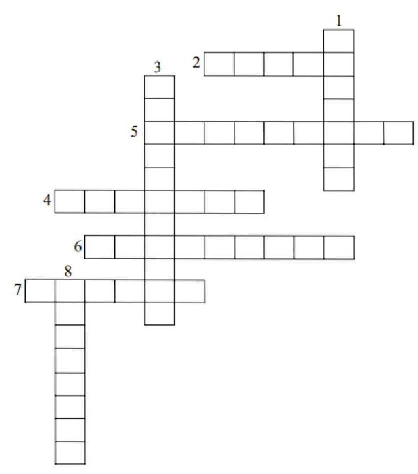


"una señorita que organizó una cena para su familia y debe comprar pollo en el supermercado. Inicialmente debe comprar para 6 personas. Estando en el mercado recibe varias llamadas de su compañero que le está colaborando en casa, la primera indicando que confirmaron sus dos abuelos y la señorita piensa que debe agregar más pollo, la segunda indica que sus dos tíos también van a asistir y van a llevar a sus tres hijos. En esta llamada su compañero pregunta si también puede asistir su amiga y ella le responde que sí. Comprará un pernil por cada invitado, y lleva una tabla, en la abscisa tiene el número de personas y en la ordenada, la cantidad de perniles, ¿Identificar el tipo de función, creciente decreciente o constante?".

PRÁCTICA

5.

Resuelve el crucigrama



1. Conjunto de valores donde está definida la función.
2. Conjunto de valores donde se mueve la función
3. Tipo de función en la cual si a<b entonces f(a)>f(b) para todo a,b∈R
4. Correspondencia entre dos conjuntos donde a cada elemento del primer conjunto le corresponde un único elemento del segundo conjunto.
5. Tipo de función en la cual si a<b entonces f(a)=f(b) para todo a,b∈R
6. Tipo de función en la cual si a<b entonces f(a)<f(b), para todo a,b∈R
7. Función cuyo dominio es finito.
8. Función cuyo dominio es infinito.

BUITRAGO, L. BENAVIDES, O. PERDOMO, A. *Matemáticas 11° proyecto los caminos del saber*. Bogotá, Editorial Santillana,2013.
https://aprende.colombiaaprende.edu.co/

GEOMETRÍA

LA CIRCUNFERENCIA

- **Ecuación canónica de la circunferencia**

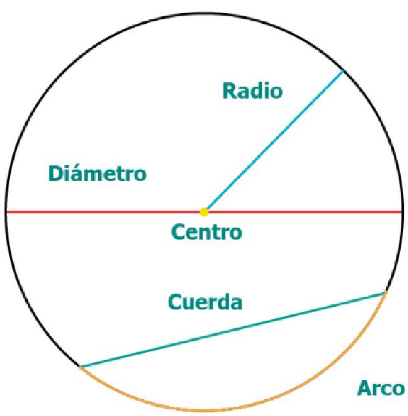
OBJETIVO: Justificar por qué la circunferencia es un lugar geométrico.

- Reconocer la utilidad de elementos con forma circular.
- Representar geométricamente con exactitud una circunferencia.
- Construir la concepción de circunferencia identificando sus características como lugar geométrico.
- Hacer uso de ecuaciones para representar circunferencias ubicadas en el plano cartesiano

CONCEPTOS

DESCRIPCIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

"Una circunferencia es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a la misma distancia de un punto fijo llamado centro".



Centro: Punto central que está a la misma distancia de todos los puntos pertenecientes a la circunferencia.

Radio: Pedazo de recta que une el centro con cualquier punto perteneciente a la circunferencia.

Cuerda: Pedazo de recta que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia.

Diámetro: Mayor cuerda que une dos puntos de una circunferencia.

Arco: Segmento de curva entre dos puntos que pertenecen a la circunferencia.

Ecuación general de una circunferencia

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Ejemplo 1:

- Halle la ecuación de la circunferencia con centro C(2,3) y tiene radio 2cm
- Ahora, utilizamos los datos para hallar la expresión final.

$$\sqrt{((x-2)^2 + (y-3)^2\ )} = 2$$

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 2^2$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 + 9 - 4 = 0$$

$$D=4\ E=6\ \text{y}\ F=9$$

Ejemplo 2:

- Halle la ecuación de la circunferencia con centro P(0,0) y tiene radio 3cm.
- Ahora, utilizamos los datos para hallar la expresión final.

$$\sqrt{((x-0)^2 + (y-0)^2\ )} = 3$$

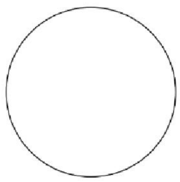
$$x^2 + y^2 = 3^2$$

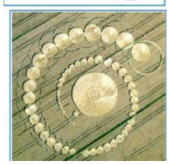
$$x^2 + y^2 = 9$$

BUITRAGO, L. BENAVIDES, O. PERDOMO, A. *Matemáticas 11° proyecto los caminos del saber*. Bogotá, Editorial Santillana,2013.
https://aprende.colombiaaprende.edu.co/

ACTIVIDADES

1. Identifica cada uno de los elementos básicos de una circunferencia, apóyate con colores de diferentes tonalidades y escribe sus nombres con las características.





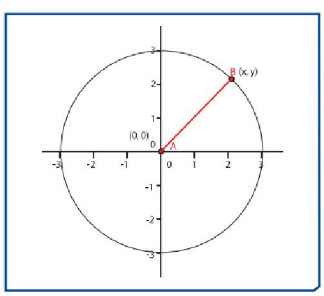
2. ¿Son útiles las circunferencias en el arte?

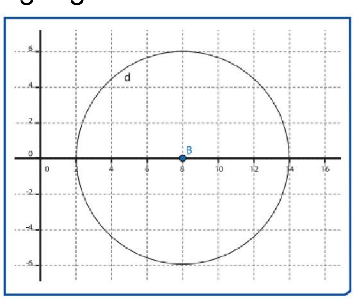
3. ¿Qué objetos de tu casa puedes usar para dibujar una circunferencia?

4. Dado el centro y el radio, determinar la ecuación de la circunferencia:

   a. C (3,6) y r=5
   b. C (0,2) y r=2
   c. C (7,4) y r=3
   d. C (-3,-5) y r=4

5. Dadas las siguientes gráficas de circunferencias, encuentra las ecuaciones que describen su lugar geométrico:





6. Dada la ecuación de la circunferencia, construir su gráfica:

a. $x^2+(y-2)^2-16=0$ b. $(x+7)^2+(y+4)^2=4$

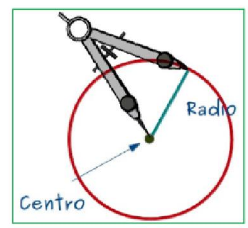
PRODUCCIÓN TEXTUAL

7. Debes ver el video ¡No seas terco! acerca de una discusión entre dos personas por diferencias de opiniones, en el siguiente enlace https://youtu.be/y0bcoOnfNGI

Responde las siguientes preguntas:
. ¿Son válidos los argumentos de la segunda persona?
- A partir de lo que ustedes conocen, ¿qué es un círculo?
- A partir de lo que ustedes conocen, ¿qué es una circunferencia?
- ¿Cuál de las personas del video, crees que tiene la razón? ¿Quién es el terco?

Luego, deben ser redactadas en dos párrafos de 4 líneas con coherencia y cohesión, recuerden la buena ortografía.

PRÁCTICA



8. A partir de lo observado en el video "el compás", en el siguiente enlace https://youtu.be/BrIVNhqdeg8

y con ayuda de tu compás construye una circunferencia, dados los siguientes elementos:

-Se da un Radio de 3 centímetros.
-Se da un Diámetro de 13 centímetros.
-Se da un punto que se tomará como centro de una circunferencia.
-Se da un punto que se tomará como centro y un punto externo por el que pasará la circunferencia.

Realizar un video de 3 minutos máximo donde:

*Replica el procedimiento utilizado en el video para construir una circunferencia con los elementos dados, haciendo uso de tu regla y compás.

*Describe el procedimiento que empleaste para realizar las construcciones anteriores.

NOTA: Si no tienes herramienta tecnológica para hacer el video debes hacer en hojas el procedimiento de la construcción de la circunferencia con sus elementos.

BUITRAGO, L. BENAVIDES, O. PERDOMO, A. *Matemáticas 11° proyecto los caminos del saber*. Bogotá, Editorial Santillana,2013.
https://aprende.colombiaaprende.edu.co/

ESTADÍSTICA

- **VARIABLES ALEATORIAS**
  - Variables continuas
  - Variables discretas

OBJETIVO: Aproximar la noción de variable aleatoria mediante juegos y experimentos que involucren apuestas.

Variables aleatorias

Siempre que se habla de probabilidad se debe tener en cuenta que se está trabajando dentro de un espacio muestral que ha sido definido a partir de un experimento aleatorio, precisamente en esto se basa el azar. Una variable aleatoria es un concepto ligado a estas definiciones pues es un medio de describir o asignar a los resultados experimentales valores numéricos.

Sea S el espacio muestral de un experimento aleatorio; a la función f que asocia a cada evento simple del espacio muestral un número real se le denomina **variable aleatoria**.

Las variables aleatorias se simbolizan generalmente con letras mayúsculas: X, Y o Z.

En un espacio muestral es posible definir variables aleatorias diferentes pues, basta con asignar una regla que asocie los eventos con números específicos.

En forma similar como se clasificaron variables cuantitativas, las variables aleatorias pueden ser de dos clases: discretas y continuas.

- Una **variable aleatoria discreta** es aquella que puede asumir una cantidad finita de valores, o una cantidad infinita enumerable de valores como 0, 1, 2, …
- Una **variable aleatoria continua** es la que puede tomar cualquier valor numérico en un intervalo o conjunto de intervalos.

Una forma de determinar si una variable aleatoria es discreta o continua es imaginarse que los valores de esa variable son puntos en una recta numérica. Se eligen dos puntos que representan valores de la variable aleatoria, si todo el segmento de la recta entre los dos puntos también representa valores posibles de la variable, entonces, dicha variable es continua.

BUITRAGO, L. BENAVIDES, O. PERDOMO, A. *Matemáticas 11° proyecto los caminos del saber*. Bogotá, Editorial Santillana,2013.
https://aprende.colombiaaprende.edu.co/

EJEMPLO

Leer el siguiente experimento aleatorio y la variable aleatoria definida en él. Luego, clasificar dicha variable.

Experimento: lanzar tres monedas al aire.

Variable aleatoria: sea X la variable aleatoria que cuenta el número de sellos.

El espacio muestral de este experimento es:

$$S = \{(c, c, c), (c, c, s), (c, s, c), (c, s, s), (s, s, s), (s, s, c), (s, c, s), (s, c, c)\}$$

La variable aleatoria X que cuenta el número de sellos puede tomar los valores de: 0 (cero sellos), 1 (un sello), 2 (dos sellos) y 3 (tres sellos); así para definir la variable aleatoria se construye la siguiente tabla:

Evento simple	Variable aleatoria X
(s, s, s)	3
(c, s, s), (s, s, c), (s, c, s)	2
(c, c, s), (c, s, c), (s, c, c)	1
(c, c, c)	0

En este caso, la variable aleatoria es discreta ya que los valores que toma son una cantidad finita de valores enteros.

Los siguientes son ejemplos de diferentes variables aleatorias:

Experimento	Variable X	Posibles valores x_i	Tipo
Responder 10 preguntas de un examen	Número de respuestas correctas	0, 1, 2, …, 10	Discreta
Llenar una botella de agua de 375 cc	Cantidad de cc completados	$0 \leq X \leq 375$	Continua
Revisar 50 bombillos	Cantidad de bombillos dañados	0, 1, 2, 3, …, 50	Discreta
Construir un edificio	% terminado al cabo de seis meses	$0 \leq X \leq 100$	Continua
Armar un cubo de Rubik	Tiempo en armar la primera cara	$X > 0$ min	Continua

BUITRAGO, L. BENAVIDES, O. PERDOMO, A. *Matemáticas 11° proyecto los caminos del saber*. Bogotá, Editorial Santillana,2013.
https://aprende.colombiaaprende.edu.co/

ACTIVIDADES

1. Dado el experimento aleatorio de lanzar una moneda dos veces, realiza lo que se indica:

a. Escribe el espacio muestral
b. Define la variable aleatoria que representa la cantidad de sellos que pueden presentarse en los lanzamientos.
c. Indica qué valores tomaría dicha variable aleatoria.
d. Clasifica la variable en discreta o continua.

2. Una trabajadora social está llevando a cabo un estudio sobre la infraestructura familiar; obtiene información del censo de población, sobre el número de hijos por familia en cierta comunidad.

a. Identifica la variable aleatoria en este caso y clasifícala.
b. ¿Qué valores puede tomar esta variable?

3. A continuación, hay una lista de experimentos y variables aleatorias definidas a partir de ellas. Determina qué tipo de variable es y cuáles son los posibles valores que pueden tomar.

a. Presentar un examen de 100 preguntas
Variable: Número de preguntas incorrectas.

b. Observar los automóviles que pasa por un peaje en las afueras de la ciudad.
Variable: Cantidad de automóviles que atraviesan el peaje.

c. Determinar el funcionamiento de 100 bombillas.
Variable: Número de bombillas defectuosas.

PRODUCCIÓN TEXTUAL

4. Selecciona un juego de azar (lotería, baloto, baraja de cartas) y con base en él, **redacta un texto** en el que se presente un pronóstico en relación con el juego de azar que seleccionaste, las condiciones del juego y el plan de premios y establece la forma en que se puede comunicar el pronóstico establecido a tu comunidad, luego, plantea una conclusión en la que se expliciten los beneficios o desventajas que se pueden tener al conocer o prever el comportamiento de uno de estos juegos de azar. Estas conclusiones las debes realizar enfocado primero en los organizadores del juego y después en los apostadores.

BUITRAGO, L. BENAVIDES, O. PERDOMO, A. *Matemáticas 11° proyecto los caminos del saber*. Bogotá, Editorial Santillana,2013.
https://aprende.colombiaaprende.edu.co/